

Wojciech PRZYCHODZEŃ

Identyfikacja nieciągłości dynamiki PKB za pomocą analizy falkowej¹

Analiza dynamiki gospodarczej nabiera szczególnej roli w krajach takich jak Polska, dążących do stopniowej niwelacji dystansu rozwojowego do krajów rozwiniętych. W celu wykrycia nieciągłości w analizowanej dynamice PKB, które są niewykrywalne za pomocą innych instrumentów analizy sygnałów oraz niewidoczne gołym okiem, w opracowaniu zastosowano analizę falkową. Umożliwia ona wyodrębnienie momentów, w których mieliśmy do czynienia ze skokową zmienną dynamiki gospodarczej.

METODY ANALIZY PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH

Teoria analizy sygnałów² dysponuje rozbudowanym instrumentarium. Najczęściej stosowaną w teorii ekonomii metodą analizy struktury wahań koniunkturalnych jest dyskretne przekształcenie Fouriera (ang. *fast Fourier transform*). Pozwala ono na przetworzenie dyskretnego ciągu wartości w dziedzinie czasu w dyskretny ciąg wartości w dziedzinie częstotliwości. Umożliwia zatem dekompozycję badanego procesu na różne składowe częstotliwościowe (wahania o różnych okresach). Szereg czasowy o długości N obserwacji jest rozkładany na kombinację liniową zbioru sinusoid (komponentów cyklicznych) o okresach wahań N/i , gdzie $i = 1, 2, \dots, N/2$ ³.

Wykorzystanie przekształcenia Fouriera w ramach analizy sygnałów pociąga za sobą jedno podstawowe ograniczenie. Dekompozycja procesu ekonomicznego na składowe częstotliwościowe wiąże się z brakiem własności lokalizacji sygnału, tzn. jeśli rozpatrywany sygnał zmieni się w pewnym otoczeniu, to jego transformata ulegnie zmianie we wszystkich punktach. Nie istnieje przy tym możliwość określenia obszaru, na którym sygnał został zaburzony. Przyczyna

¹ Publikacja została przygotowana w ramach projektu badawczego *Transformacja systemowa i rozwój społeczno-gospodarczy. Uwarunkowania, osiągnięcia, perspektywy*, sfinansowanego ze środków budżetowych na naukę (umowa Nr 3456/B/H03/2010/38).

² Termin „sygnał” używany jest do analizy obiektów będących źródłem pewnego zaburzenia, które następnie rozchodzi się na zewnątrz. Przez analizę sygnałową rozumiemy ogół procedur matematycznych mających na celu opis sygnałów za pomocą ciągów lub funkcji poprzez przyporządkowanie im innych ciągów lub funkcji, które w możliwie dokładny sposób określają typowe własności tych sygnałów.

³ Box, Jenkins (1970), s. 36—39.

tego stanu rzeczy tkwi w tym, że transformacja Fouriera rozkłada sygnał na fale płaskie, które są opisywane za pomocą funkcji trygonometrycznych, ze stałą częstością. Na podstawie przekształcenia Fouriera nie jest zatem możliwa identyfikacja momentu zdarzenia, wyraźnie umiejscowionego w badanym szeregu czasowym. Jeżeli badany proces jest stacjonarny (co oznacza niezmiennosc jego charakterystyki w czasie), wówczas utrata informacji z dziedziny czasu nie ma większego znaczenia. Jednakże zdecydowana większość dynamicznych procesów zawiera niestacjonarne, tymczasowe cechy⁴: trendy, tendencje do „dryfowania”, gwałtowne załamania się i wzloty, pojawianie się i zanikanie zjawisk, układów, mechanizmów ich funkcjonowania i wykorzystania. W takim przypadku, w celu zmniejszenia utraty informacji związanej z przejściem z dziedziny czasu w dziedzinę częstości szeregów, analiza widmowa (zakładająca przynajmniej słabą stacjonarność procesów) powinna zostać uzupełniona o inne techniki.

Jedną z możliwości służących poprawieniu własności transformaty Fouriera jest jej wykonanie na kolejnych, odpowiednio małych, fragmentach szeregu czasowego, „wycinanych” przez przesuwające się okno o określonej długości. Procedura ta znana jest jako krótkookresowe (okienkowe) przekształcenie Fouriera (ang. *windowed Fourier transform*). Jest ona swoistym kompromisem pomiędzy koncepcją sygnału względem czasu i względem częstości, pozwalając na uzyskanie częstotliwościowej dekompozycji sygnału lokalnie w czasie.

Dalszą, bardziej elastyczną, modyfikacją opisanej techniki okienkowania, wykorzystującą zmienny rozmiar przesuwającego się okna, jest analiza falkowa. Jej początki teoretyczne sięgają lat 80. XX w. Analiza ta dopuszcza szersze okna dla małych częstości i węższe okna dla częstości dużych. Nie zawiera czasowo-częstościowych odniesień, lecz raczej odniesienia względem skali czasu. Falki wąskie są przesuwane o niewielki krok, tak aby pokryć całą oś czasu przy danej skali. Natomiast falki szerokie przesuwane są w czasie z większym krokiem⁵. Analiza falkowa dekomponuje badany szereg czasowy na składowe ortogonalne, będące przesuniętymi i przeskalowanymi wersjami tzw. falki podstawowej $\psi(t)$, stanowiącej filtr środkowoprzepustowy. Przy jej użyciu generowana jest rodzina falek⁶:

$$\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi \cdot \left(\frac{1-b}{a} \right) \quad (1)$$

gdzie:

a — skala ($a \in R^+$),

b — przesunięcie ($b \in R$).

⁴ Charemza, Deadman (1997), s. 104 i 105; Łuczyński (2009), s. 146; Welfe (1995), s. 343—348.

⁵ Łuczyński (2009), s. 147.

⁶ Białasiewicz (2000), s. 205—207; Wojtaszczyk (2000), s. 41—45.

U podstaw analizy falkowej leży transformata falkowa, która, podobnie jak w przypadku analizy fourierowskiej, może mieć charakter ciągły lub przerywany. Ciągła transformata falkowa funkcji $X(t)$ jest określona równaniem:

$$WX(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot \psi_{ab}(t) dt \quad (2)$$

Dyskretna transformata falkowa związana jest ściśle z analizą wielorozdzielczą. Analiza ta polega na wielopoziomowej reprezentacji sygnału $X(t)$, będącej iloczynami skalarnymi sygnału X i ciągu funkcji ψ_{mn} . Iloczynny te nazywane są współczynnikami falkowymi. Dyskretną transformatę odwrotną definiuje równość:

$$X(t) = \sum_{m,n} (X, \psi_{mn}) \cdot \psi_{mn} = \sum_m \sum_n d_m[n] \cdot \psi_{mn} \quad (3)$$

Współczynniki falkowe $d_m[n] = (X, \psi_{mn})$ reprezentują wspólne cechy sygnału X i falki ψ_{mn} . Parametry m i n , jako dyskretne wskaźniki czasu, zapewniają zatem dostęp do określonych cech analizowanego procesu dynamicznego. Parametr m umożliwia wybranie poziomu skali czy też zakresu częstotliwości, w którym chcemy zbadać widmo sygnału. Parametr n umożliwia lokalizację chwili, w której chcemy dokonać analizy sygnału.

Jeżeli falka podstawowa dla ustalonej skali m przyjmuje postać:

$$\psi_{m0}(t) = 2^{-\frac{m}{2}} \cdot \psi(2^{-m} \cdot t) \quad (4)$$

wówczas:

$$\psi_{mn} = \psi_{m0}(t - 2^m \cdot n) \quad (5)$$

Zgodnie z postacią (5) falki ψ_{mn} przesuwane są w czasie z krokiem 2^m na poziomie skali m . Kolejne potęgi dwójki wyznaczają próbkowanie na osi skali. Jeżeli częstotliwość widma falki podstawowej wynosi ω_0 , to widmo n -tej falki będzie miało częstotliwość odpowiednio $\frac{\omega_0}{2^m}$. Opisane postępowanie jest w literaturze przedmiotu określone jako próbkowanie płaszczyzny czasowo-częstotliwościowej. Jego idea została zobrazowana na wykr. 1.

Analiza falkowa jest w istocie analizą częstotliwościową polegającą na iteracyjnym procesie dwukanałowej (dolno- i górnoprzepustowej) filtracji sygnału na kanale dolnoprzepustowym. Sygnał uzyskany w wyniku zastosowania filtru dolnoprzepustowego jest poddawany (po dwukrotnym zmniejszeniu jego liczebności) ponownej filtracji dolno- i górnoprzepustowej. Każdorazowe dwukrotne zmniejszenie mocy zbioru próbek uzasadnione jest zmniejszaniem częstotliwości sygnału — uzyskiwany w wyniku filtracji sygnał ma w przybliżeniu dwukrotnie mniejsze pasmo częstotliwości niż sygnał poddany procedurze filtracji⁷.

W wyniku kolejnych iteracji analizowany oryginalny, dyskretny, sygnał X jest rozszczepiany na nie poddawaną dalszej filtracji składową wysoko- częstotliwościową zwaną detalem ($|D_j|$) oraz składową niskoczęstotliwościową zwaną aproksymacją ($|A_j|$). Aproksymacja A_j ulega w kolejnym kroku dalszej dekompozycji na detal D_{j+1} i aproksymację A_{j+1} itd. Okres próbkowania w czasie ($|2^j|$) jest inny dla każdego poziomu rozdzielczości i wyraża zmianę skali sygnału. Zmniejszenie skali oznacza dodanie nowych obserwacji (w połowie okresu próbkowania), zwiększenie zaś — usunięcie części (ściśle — co drugiej) próbek.

Opisany proces iteracyjny tworzenia wielorozdzielczej reprezentacji (dekompozycji falkowej) sygnału nieciągłego został zilustrowany na wyk. 2. Ilość zastosowanych poziomów dekompozycji jest dowolna. Zalecane jest jednak ich zawężenie do liczby pozwalającej na weryfikację założonego celu badawczego i sformułowanych hipotez badawczych. Detale zawierają przeważnie wysoko- częstotliwościowy szum, aproksymacje zaś zawierają mniej szumu niż sygnał oryginalny. Pełna informacja o sygnale dana jest w jego wielorozdzielczej reprezentacji, składającej się ze wszystkich detali oraz aproksymacji najniższego poziomu rozdzielczości.

Ważną zaletą analizy falkowej jest jej zdolność do wykrywania nieciągłości w analizowanym szeregu czasowym obserwacji. W sytuacji, w której mamy do czynienia ze zmianą długookresowej struktury częstościowej sygnału, identyfikacja momentu skokowej (nieciągłej) zmiany dynamiki gospodarczej może mieć duże znaczenie dla prowadzonej polityki gospodarczej. Ma ona charakter pogłębiony z punktu widzenia historii działalności ekonomicznej, dostarczając informacji na temat oddziaływania podejmowanych w przeszłości decyzji na dynamikę produktu krajowego brutto. Nagła zmiana częstości jest wyznaczona przez „igły” w ciągach współczynników detali dwóch najwyższych poziomów (detale D_1 i D_2), w których duża rozdzielczość łączy się z wąskim widmem częstotliwościowym i dużą częstotliwością środkową. Falka tego typu jest silnie związana ze składową wysokoczęstotliwościową i jest praktycznie niezależna od pozostałych obserwacji.

⁷ Łuczyński (2009), s. 148.

Analiza falkowa w jednych przypadkach stanowi doskonale uzupełnienie istniejących technik analizy dynamiki zjawisk gospodarczych, takich jak analiza korelacyjna czy widmowa, w innych przypadkach pozwala na uzyskanie rozwiązań problemów, dla których dotychczas stosowane metody zawodziły bądź prowadziły do uzyskiwania rozwiązań niepełnych.

DEKOMPOZYCJA FALKOWA DYNAMIKI PKB W POLSCE W LATACH 1990—2009

Przebieg funkcji produktu krajowego brutto (PKB) w Polsce (w mln zł w ujęciu kwartalnym w latach 1989—2009, w cenach stałych z roku 1990) został przedstawiony na wyk. 3. Liczba danych szeregu wynosiła $N = 84$. W analizowanym szeregu można wyraźnie wyodrębnić okres transformacyjnej recesji lat 1989—1992 oraz stopniowy, w miarę stabilny, wzrost produktu krajowego brutto począwszy od roku 1993 (zakłócony jedynie przejściowymi spowolnieniami dynamiki gospodarczej w latach 2001 i 2009).

Wyjściowy szereg czasowy danych został przeliczony na tempo łańcuchowe $i_{tk/tk-1}$ (kwartał do analogicznego kwartału roku poprzedniego — wyk. 4), wyznaczone zgodnie z formułą:

$$i_{kt/kt-1} = \frac{y_{kt} - y_{kt-1}}{y_{kt-1}} \cdot 100 \quad (6)$$

gdzie:

y_{kt} — produkt krajowy brutto w k -tym kwartale roku t ,

y_{kt-1} — produkt krajowy brutto w k -tym kwartale roku $t-1$.

Przekształcenie to pozwoliło na usunięcie sezonowości z analizowanej dynamiki dochodu. Wskaźniki te nie eliminują efektu zmienności liczby dni roboczych w odpowiednich kwartałach i latach.

Dzięki usunięciu w pierwszej kolejności z badanego szeregu wahań sezonowych możliwe stało się wykorzystanie filtra Hodricka-Prescotta⁸ (filtr HP) do wyeliminowania trendu stochastycznego. Filtr ten zakłada obecność trendu niezależnego od komponentu cyklicznego. Odsezonowany szereg danych oryginalnych, przy założeniu niewielkiej roli komponentu nieregularnego, może zostać wyrażony równaniem:

$$X_t = P_t + C_t \quad (7)$$

⁸ Hodrick, Prescott (1997), s. 2—16.

gdzie:

$t = 1, 2, 3, \dots, T$,

P_t — tendencja rozwojowa,

C_t — składnik cykliczny.

Oszacowanie tendencji rozwojowej oraz komponentu cyklicznego odbywa się poprzez minimalizację następującej funkcji:

$$\Phi = \sum_{t=1}^T P_t^2 + \lambda \cdot \sum_{t=3}^T (\Delta^2 \cdot C_t)^2 \quad (8)$$

gdzie:

Δ — operator różnicy ($\Delta^k X_t \equiv X_t - X_{t-k}$),

λ — stały parametr o wartości dodatniej.

Pierwsza suma we wzorze (3) mierzy poprawność estymacji (reszty wokół trendu), podczas gdy druga reprezentuje wygładzenie trendu. Parametr λ odpowiada za wagę obydwu komponentów (tendencji rozwojowej i składnika cyklicznego) w łącznej sumie. Wraz ze wzrostem λ trend staje się bardziej wygładzony, a gdy $\lambda \rightarrow \infty$, wówczas trend staje się linią prostą. W przypadku gdy $\lambda \rightarrow 0$, dopasowanie trendu do rozpatrywanego szeregu czasowego staje się coraz silniejsze.

Filtr HP dla danego szeregu czasowego obliczany jest zgodnie z formułą:

$$B_{HP}(L) = \frac{\lambda \cdot (1-L)^2 \cdot (1-L^{-1})^2}{\lambda \cdot (1-L)^2 \cdot (1-L^{-1})^2 + 1} \quad (9)$$

gdzie L — operator przesunięcia.

Jego funkcją transferową jest:

$$B_{HP}(\omega) = \frac{\lambda \cdot (1-e^{i\omega})^2 \cdot (1-e^{-i\omega})^2}{\lambda \cdot (1-e^{i\omega})^2 \cdot (1-e^{-i\omega})^2 + 1} \quad (10)$$

gdzie i — jednostka urojona ($i^2 = -1$),

zaś funkcją przyrostu:

$$|B_{HP}(\omega)| = \frac{4 \cdot \lambda \cdot (1 - \cos \omega)^2}{4 \cdot \lambda \cdot (1 - \cos \omega)^2 + 1} \quad (11)$$

Dla danych rocznych R. Hodrick i E. Prescott zaproponowali przyjęcie wartości parametru λ równej 100, dla danych kwartalnych — 1600, a dla danych miesięcznych odpowiednio — 14400. Ten dobór zapewnia każdorazowo rozgraniczenie pomiędzy tendencją rozwojową a składnikiem cyklicznym w analizowanej dynamice w okresie ok. 10 lat.

Analizowany szereg indeksów łańcuchowych po usunięciu trendu stochastycznego metodą filtra HP (dla parametru λ równego 1600) został przedstawiony na wyk. 5. Uzyskane dane spełniają kryterium stacjonarności w ramach testu obecności pierwiastka jednostkowego (ang. *unit root tests*) ADF (ang. *Argumented Dickey-Fuller*)⁹. Obliczona wartość statystyki Dickeya-Fullera jest większa niż wartość krytyczna dla poziomu istotności 0,01. Hipoteza zerowa o niestacjonarności szeregu zostaje zatem odrzucona na rzecz hipotezy alternatywnej.

Dekompozycja falkowa kwartalnego tempa wzrostu PKB w Polsce w latach 1990—2009 została przeprowadzona za pomocą modułu *Wavelet Toolbox* w środowisku Matlab z wykorzystaniem falki Meyera, która jest określona następującym równaniem:

$$\psi_M(t) = e^{-\pi \cdot i \cdot t} \cdot m_\phi\left(\frac{t+1}{2}\right) \cdot \Theta\left(\frac{t}{2}\right) \quad (12)$$

Podstawę dekompozycji stanowił szereg oczyszczony z tendencji rozwojowej i wahań sezonowych za pomocą metody tempa łańcuchowego i filtra Hodricka-Prescotta (s). Wyniki dekompozycji zostały przedstawione na wyk. 6.

Przeprowadzona trzypoziomowa dekompozycja falkowa ujawniła osiem pełnych cykli koniunkturalnych o okresie 2,5 roku, które zostały przechwycone przez reprezentację szczegółową na poziomie trzeciego detalu ($d3$). Widoczne „igły” detalu pierwszego ($d1$) to: przełom lat 1993/94 (czwarty kwartał 1993 r./pierwszy kwartał 1994 r.), czwarty kwartał 1995 r., czwarty kwartał 1996 r. oraz czwarty kwartał 2008 r. Detal drugi ($d2$) charakteryzuje się najostreż zakończonymi „igłami” w: czwartym kwartale 1990 r., trzecim kwartale 1991 r., trzecim kwartale 1995 r., pierwszym i czwartym kwartale 1996 r., a także drugim kwartale lat 2004 i 2008.

Stopniowy spadek poparcia społecznego dla przeprowadzanych reform, związany z kumulowaniem się ich negatywnych efektów, przypada na ostatni kwartał 1990 r. W listopadzie tego roku miała miejsce fala strajków w całym kraju, których podłożem była pogarszająca się sytuacja materialna ludności. Narodowy Bank Polski dokonał podwyżki stopy kredytu refinansowego o 12 p.proc., czego konsekwencją było ograniczenie dostępności kredytów. Na koniec grudnia 1990 r. liczba bezrobotnych przekroczyła 1,1 mln osób.

⁹ Dickey, Fuller (1979), s. 427—431.

Na jesieni 1991 r. pojawiają się pierwsze oznaki wychodzenia z recesji, poprzedzone intensywnymi negocjacjami z MFW, które zakończyły się podpisaniem porozumienia o realizacji programu *Extended Found Facility*. Na jego podstawie Klub Paryski podjął decyzję o redukcji polskiego zadłużenia wobec rządów krajów zachodnich o połowę. W czwartym kwartale 1991 r. nastąpiło również zwiększenie ochrony celnej rynku wewnętrznego oraz wprowadzenie systemu kursu pełzającego, ze skalą dewaluacji określoną z góry.

Okres przypadający na lata 1994—1997 to czas dynamicznego rozwoju gospodarki. Następował systematyczny spadek bezrobocia — z ponad 16,4% do ok. 10%. Utrzymywała się silna tendencja spadkowa inflacji, która została zredukowana z poziomu ponad 37% na koniec 1993 r. do ok. 13,2% w końcu roku 1997. Wzrastał udział małych i średnich przedsiębiorstw w zatrudnieniu i produkcji. W kwietniu 1994 r. miała miejsce realizacja drugiego etapu redukcji polskiego długu wobec Klubu Paryskiego. Z kolei we wrześniu 1994 r. zostało podpisane porozumienie z Klubem Londyńskim w sprawie redukcji o połowę zadłużenia Polski wobec banków komercyjnych. Znaczący postęp instytucjonalny został uwieńczony formalnym przystąpieniem Polski do Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (OECD) w listopadzie 1997 r.

W drugim kwartale 2004 r. Polska wstąpiła do Unii Europejskiej (UE). Otwarcie rynków Wspólnoty przyczyniło się do wzrostu rodzimej produkcji przemysłowej, która konkurowała z przedsiębiorstwami z Europy Zachodniej. Okres pomiędzy drugim i czwartym kwartałem 2008 r. to czas stopniowego ujawniania się negatywnego wpływu globalnego kryzysu finansowego na gospodarkę polską. Jego oddziaływanie było opóźnione i osłabione w wyniku prowadzonej polityki gospodarczej. W Polsce nastąpiło więc jedynie obniżenie tempa wzrostu PKB, a nie załamanie jego wielkości poniżej poziomu z lat poprzednich, tak jak to miało miejsce we wszystkich pozostałych krajach UE.

Zakończenie

Zastosowana w opracowaniu procedura miała na celu wyodrębnienie momentów, w których mieliśmy do czynienia ze skokową (nieciągłą) zmianą dynamiki gospodarczej w Polsce w okresie transformacji systemowej. W tym celu wykorzystano instrumentarium analizy falkowej szeregów czasowych. Dekompozycja falkowa kwartalnej dynamiki PKB została przeprowadzona z wykorzystaniem falki Meyera za pomocą modułu *Wavelet Toolbox* w środowisku Matlab. Jej podstawę stanowił szereg oczyszczony z tendencji rozwojowej i wahań sezonowych za pomocą metody tempa łańcuchowego i filtra Hodricka-Prescotta.

Trzypoziomowa dekompozycja falkowa umożliwiła wyodrębnienie momentów, w których mieliśmy do czynienia ze skokową (nieciągłą) zmianą dynamiki gospodarczej. Do szczególnie istotnych momentów zmian w przypadku gospo-

darki polskiej należały: czwarte kwartały lat 1990 i 1991, czwarty kwartał 1993 r./pierwszy kwartał 1994 r., drugie półrocze 1995 r., pierwszy i czwarty kwartał 1996 r., drugi kwartał 2004 r. oraz drugi i czwarty kwartał 2008 r. Dekompozycja falkowa kwartalnej dynamiki PKB w Polsce w latach 1990—2009 ujawniła również osiem pełnych cykli koniunkturalnych o okresie 2,5 roku.

dr Wojciech Przychodzeń — *Akademia im. Leona Koźmińskiego*

LITERATURA

- Białasiewicz J. T. (2000), *Falki i aproksymacje*, Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa
- Box G., Jenkins G. (1970), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco
- Charemza W., Deadman D. (1997), *Nowa ekonometria*, PWE, Warszawa
- Dickey D., Fuller W. (1979), *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, „Journal of the American Statistical Association”, vol. 74
- Hodrick R., Prescott E. (1997), *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*, „Journal of Money, Credit and Banking”, vol. 29 (1)
- Kelm R. (1999), *Kwartalny szacunek PKB i popytu finalnego dla lat 1990—1997*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź
- Kudrycka I., Radziukiewicz M. (1995), *Kwartalne szacunki PKB na podstawie modeli ekonometrycznych*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 4
- Łuczyński W. (2009), *Identyfikacja nieciągłości indeksów giełdowych za pomocą analizy falkowej*, Zeszyty Naukowe WSB we Wrocławiu, nr 11, Poznań
- Welfe A. (1995), *Ekonometria*, PWE, Warszawa
- Welfe A., Kelm R. (1996), *Porównanie szacunków makrokategorii dla okresów kwartalnych dla Polski*, „Wiadomości Statystyczne”, nr 4
- Wojtaszczyk P. (2000), *Teoria falek*, PWN, Warszawa

SUMMARY

A comprehensive analysis is important for economic politics. The wavelet analysis has been used to detect discontinuities in analyzed GDP dynamic, where they are non-detectable by other signal analysis tools or invisible. This made possible to distinguish discrete moments of economic dynamic changes. To the most significant change moments in Polish economy belong: fourth quarters 1990 and 1991, the turn of the years 1993—1994, the second half-year 1995, first and fourth quarters 1996, the second quarter 2004, second and fourth quarters 2008.

РЕЗЮМЕ

Комплексный анализ экономической динамики имеет значение с точки зрения нужд экономической политики. Для обнаружения прерывистостей в анализированной динамике ВВП, которые являются необнаруживаемыми с помощью других инструментов анализа сигнала и невидимыми для невооруженного глаза, в статье использовался фальковый анализ. Он сделал возможным выделение дискретных моментов изменений экономической динамики. К особенно значимым моментам изменений в случае польской экономики принадлежат: четвертые кварталы 1990 и 1991 г. перелом 1993 и 1994 г., второе полугодие 1995 г., первый и четвертый кварталы 1996 г., второй квартал 2004 г. и второй и четвертый кварталы 2008 г.